

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Prof. Giovanni Masala – luglio 2025



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 8}} \cdot \log(6 - x)$$

Dominio	$E = (-\infty, -3] \cup (2, 3] \cup (4, 6)$
Positività	$P = (-\infty, -3) \cup (2, 3) \cup (4, 5)$
Intersezioni	$A(-3; 0) \quad B(3; 0) \quad C(5; 0)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 4x - 5} - 3x + 6)$ e $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 \cdot e^{x^2-4} - 2x^2}{x^2 \cdot e^{x-2} - 4}$

Soluzioni	$20/3; \quad 9/2$
-----------	-------------------

Domanda 3 (punti 3, 6).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = x - \frac{8}{x} - 6 \log x$

Derivata prima	$f' = \frac{(x-2) \cdot (x-4)}{x^2} \quad E = (0, +\infty)$
Estremi	$M(2; -2 - 6 \log 2) \quad m(4; 2 - 6 \log 4)$ cresce in $(0, 2) \cup (4, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = e^{-2x} \cdot (2x^2 + 4x - 15)$

Derivata prima	$f' = e^{-2x} \cdot (-4x^2 - 4x + 34) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = 8e^{-2x} \cdot (x^2 - 9)$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-3; -9e^6); F_2(3; 15e^{-6})$ convessa in $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{\sqrt{9x^6 + 2x^4 + x^2 + 5}}{(x^2 - 5x + 6) \cdot (x + 1)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-1, 2, 3\}$
As. verticali	$x = -1, x = 2$ e $x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3 \quad (\text{per } x \rightarrow +\infty)$ $y = -3 \quad (\text{per } x \rightarrow -\infty)$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^1 \left(\frac{\sqrt{x}-3}{x-6\sqrt{x}+9} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{-x/2} dx$$

Integrale definito	primitiva: $2\sqrt{x} + 6 \log \sqrt{x} - 3 $ $2(1 + 3 \log 2 - 3 \log 3) \approx -0,4328$
Integrale indefinito	$-2e^{-\frac{x}{2}} \cdot (x^2 + 4x + 8) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 3x + 2y + k \cdot z = -2 \\ -x + k \cdot y + 4z = 4 \\ 2x - 3y - z = 1 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -5; 5$: incompatibile $k \neq -5; 5$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{k^2 + 10k + 8}{2(k^2 - 25)}; y = \frac{9k + 38}{2(k^2 - 25)}; z = \frac{7k + 48}{2(25 - k^2)}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 3x^2 + 4x \cdot y - 6x - 2y^2 + y + 2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = x + 4y = 2$.

Derivate parziali	$f_x = 6x + 4y - 6 \quad f_y = 4x - 4y + 1$
Estremi liberi	$S(1/2; 3/4) \quad z = 7/8 \quad H = -40$
Estremi vincolati	$m(1; 1/4) \quad \lambda = 1 \quad z = 1/8$ $H = -60$

Domande teoriche.

- 1) Definizione e significato geometrico della derivata in un punto (punti 2, 4*)
- 2) La definizione di limite con c ed l finiti (punti 2, 4*)
- 3) Enunciato e conseguenze del teorema di Torricelli (punti 2, 4*)

Punteggi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).